

# Problemas da 15na - 6

01/06/2009



## Nível 1

**Polígonos na circunferência** – Em uma circunferência foram marcados 15 pontos azuis e 1 ponto verde. Considere todos os possíveis polígonos (convexos) com seus vértices nestes pontos. Vamos separá-los em dois tipos:

Tipo 1: os que possuem somente vértices azuis;

Tipo 2: os que possuem o ponto verde como um dos vértices.

Existem mais polígonos do tipo 1 ou tipo 2? Quantos existem a mais?

## Nível 2

### Ana e Bernardo

(a) Ana escolheu cinco números reais  $x_1, x_2, x_3, x_4$  e  $x_5$  e obteve dez números  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$  calculando todas as somas de dois dos cinco números  $x_1, x_2, x_3, x_4$  e  $x_5$ .

Ana disse a Bernardo os números  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$ . O objetivo de Bernardo é descobrir  $x_1, x_2, x_3, x_4$  e  $x_5$ , sabendo que  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$  foram obtidos calculando todas as somas de dois dentre cinco números.

Prove que Bernardo pode alcançar seu objetivo.

(b) Ana escolheu quatro números reais  $x_1, x_2, x_3$  e  $x_4$  e obteve seis números  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_6$  calculando todas as somas de dois dos quatro números  $x_1, x_2, x_3$  e  $x_4$ .

Ana disse a Bernardo os números  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_6$ . O objetivo de Bernardo é descobrir  $x_1, x_2, x_3$  e  $x_4$ , sabendo que  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_6$  foram obtidos calculando todas as somas de dois dentre quatro números.

Prove que Bernardo nem sempre pode alcançar seu objetivo.

## Nível 3

**Soma de consecutivos** – Determine todos os inteiros positivos  $k$  para os quais a soma de  $k$  inteiros positivos consecutivos pode ser um quadrado perfeito.

---

• Data limite para postagem das soluções: 08/06/2009.

• Data de publicação da solução no site: 29/06/2009.