

Problemas da 15na - 13

21/09/2009



Nível 1

Festival de pesca – A tabela abaixo mostra alguns dos resultados do último festival de pesca de Quixajuba, exibindo quantos competidores pescaram n peixes para alguns valores de n .

n	0	1	2	3	...	13	14	15
número de competidores que pescaram n peixes	9	5	7	23	...	5	2	1

A notícia publicada no jornal da cidade relatou que

- (i) O vencedor pescou 15 peixes;
- (ii) Dentre aqueles que pescaram 3 ou mais peixes a média foi de 6 peixes pescados;
- (iii) Dentre aqueles que pescaram 12 ou menos peixes a média de peixes pescados foi 5.

Qual foi o número total de peixes pescados durante o festival?

Nível 2

Qual é o número? – Sabendo que 2^{29} é um número de nove algarismos todos diferentes. Sem calcular 2^{29} , determine o algarismo que falta. Justifique sua resposta.

Nível 3

Leis de Quixajuba – A população de Quixajuba é formada por n pessoas que respeitam as seguintes leis:

- (i) Dentre quaisquer três pessoas existem pelo menos duas pessoas que não se conhecem;
- (ii) Quaisquer duas pessoas que não se conhecem possuem exatamente duas pessoas conhecidas em comum.

Mostre que existe um inteiro k tal que $n = 1 + \frac{k(k+1)}{2}$. Conclua que todas as pessoas têm a mesma quantidade de conhecidos.

Observação: Suponha que se a pessoa A conhece a pessoa B então B conhece A .

-
- Data limite para postagem das soluções: 28/09/2009.
 - Data de publicação da solução no site: 23/10/2009.

Problemas da 15na

Como enviar soluções:

- Envie suas soluções para

Problemas da 15na

IMPA/OBMEP - Coordenação Acadêmica
Estrada Dona Castorina 110
Rio de Janeiro - RJ
CEP: 22460-320

- Coloque nome completo, escola, série (se estudante), cidade, estado e se possível um endereço de correio eletrônico para eventual contato. Coloque o seu nome em todas as folhas de sua solução.
- Não coloque na mesma folha soluções de problemas distintos (caso você envie soluções de dois ou mais problemas).
- Siga os prazos marcados no calendário.
- Não recebemos soluções por correio eletrônico ou fax, nem postadas fora do prazo fixado no calendário.

Como propor problemas:

- Envie seus problemas para

Problemas da 15na

IMPA/OBMEP - Coordenação Acadêmica
Estrada Dona Castorina 110
Rio de Janeiro - RJ
CEP: 22460-320

- Publicamos problemas que envolvem conteúdos elementares, preferencialmente originais ou pouco conhecidos.
- Se você sabe resolver o problema que está propondo, anexe uma solução completa.
- A aceitação de um problema está sujeita a análise da comissão de *Problemas da 15na*.